

# パーシステントホモロジーを用いた耐火物組織の解析

## Persistent homology analysis for microstructure of refractories

河野 颯\*, 松本成史\*\*, 清水公一\*\*\*, 後藤 潔\*\*\*\*

Hayate KAWANO\*, Shigefumi MATSUMOTO\*\*, Koichi SHIMIZU\*\*\* and Kiyoshi GOTO\*\*\*\*

### 要 旨

複雑な耐火物の組織を客観的かつ定量的に解析する手法としてパーシステントホモロジーの適用を試みた。2次精錬炉で用いられるマグクロレんがの組織画像にパーシステントホモロジーを適用して特徴抽出を行い、材質の分類や物性値との関連付けを行った。品質の異なる4材質にて、それぞれ約50視野ずつ光学顕微鏡で顕微組織を取得した。顕微組織中の2次スピネルと気孔を対象として各視野のパーシステント図の作成とベクトル化をし、主成分分析とUMAP (Uniform Manifold Approximation and Projection) を用いた次元削減を用いたところ、材質ごとに異なる組織的特徴が抽出され、その特徴に基づいて各顕微組織の分類も可能となった。抽出された組織の特徴と物性値との結び付けを試みたところ、2次スピネルの分布形態の特徴は圧縮強度と見掛け気孔率に影響を与え、気孔形態の特徴は圧縮強度と音速弾性率に影響を与える事が示唆された。これらの組織的特徴は観察のみで示唆を得るには難しい特徴であった。人間が気づかない微細構造の特徴について示唆を与えてくれる点でパーシステントホモロジーは有用な解析手法だと考えられる。

### Abstract

Persistent homology was applied as an objective and quantitative analysis method for analyzing complex microstructures of refractories. Characteristic extraction was carried out by applying persistent homology to the microstructure image of magnesia chrome bricks used in the secondary refining furnace. Then, classification of the materials and association between the properties and the microstructure features were carried out. 4 materials that have different properties were prepared and microstructure images of about 50 fields of view for each material were obtained by optical microscopy. By computing persistent diagrams for secondary spinels and pores of each field of view, vectorising these diagrams and performing dimensional reduction using principal component analysis and UMAP (Uniform Manifold Approximation and Projection), different microstructure features were extracted from each material. These features allowed for the classification of each microstructure. Attempts were also made to link the extracted features with the physical properties. It was suggested that the features of the secondary spinel affect the compressive strength and the apparent porosity. It was also implied that the features of the porosity affect the compressive strength and the elastic modulus. These features were difficult to be suggested by human observation. Persistent homology is considered to be a useful analysis method in that it gives suggestions about features of microstructure that people could not notice.

## 1 緒言

耐火物の組織は配合設計、混練条件、焼成条件などといった各種の製造条件を反映しており、物性に影響を与える重要な因子である。しかし、その組織は複雑であり、感覚的な記述や経験に基づ

## 1 Introduction

The microstructure of refractories reflects various manufacturing conditions, such as materials design, kneading conditions, and firing conditions, and is an important factor affecting physical properties. However, the microstructure of refractories

\* 技術研究所 製品プロセス研究センター Product R&D Center, Technical Research Institute  
\*\* 技術研究所 共通基盤研究センター マネージャー Manager, Fundamental Technology Research Center, Technical Research Institute  
\*\*\* 技術研究所 製品プロセス研究センター センター長 Center Manager, Product R&D Center, Technical Research Institute  
\*\*\*\* フェロー 技術研究所 所長 Fellow, General Manager, Technical Research Institute

く解釈が多い。本報告では、客観的かつ定量的に耐火物組織を解析する手法としてパーシステントホモロジー (Persistent Homology : 以下 PH) の適用を試みた。PH はトポロジカルデータ解析の一手法であり、複雑なデータや顕微組織の構造的特徴を抽出することができる<sup>1)</sup>。本報告では組織解析の第一段階として、2次精錬炉で用いられるマグクロレンガの組織画像にPHを適用して特徴抽出を行い、材質の分類や物性値との関連付けを試みた。

## 2 パーシステントホモロジーについて

パーシステントホモロジーは、Edelsbrunnerらによって提案された概念であり<sup>2,3)</sup>、幾何学的データの特徴を本質的な部分とノイズに分離することが本来の目的である。この手法は「穴」の存在に着目し、図形を変形させたときの穴の生成と消滅を追跡して図形の本質的な特徴を記述する。また、パーシステントホモロジーには0次、1次、2次のホモロジーというように、複数の次元の「穴」があり、それぞれ「連結部」「リング」「空洞」の構造に対応する。図1は平面図形でのパーシステントホモロジー解析のイメージを示す。0次のホモロジー、すなわち図形を膨らましたり細らせたときの連結構造の変化について考えてみる。0次のホモロジーでは図形の大きさや最大厚みを「Birth」値が表し、図形間の距離を「Death」値が表す。「Birth」値は図形が新たに生成するタイミングであるが、新

are highly complex. There are many interpretations influenced by qualitative assessments and insights. This report presents the application of Persistent Homology (PH) for quantitative and objective analysis for microstructure of refractories. PH is a topological data analysis technique capable of analyzing intricate data and structural features of microstructures<sup>1)</sup>. As the first step of the microstructure analysis, PH analysis was performed on the microstructure images of magnesia chrome bricks used in the secondary refining furnaces to extract distinctive features, classify materials, and reveal the correlation between these features and their physical properties.

## 2 About persistent pomology

Persistent homology is a concept proposed by Edelsbrunner et al<sup>2,3)</sup>, and its original purpose is to separate features of geometric data into intrinsic parts and noise. This method focuses on the existence of “holes” and describes the essential features of the figure by tracking the generation and disappearance of holes when the figure is transformed. In addition, persistent homology analysis focus on “holes” of several dimensions, such as 0-, 1-, and 2-dimensional homology, which correspond to “joints”, “rings”, and “cavities” of the transformed figure. Figure 1 illustrates a persistent homology analysis on a plane figure. Here, 0-dimensional homology is considered, that is, the change in connectivity when a figure is inflated or shrunk. In 0-dimensional homology, each “Birth” value represents the size and maximum thickness of the connected figure, while each “Death” value represents the distance between two connected figures. The “Birth” value is the timing when a new figure is generated, but this does not happen even if the figure is inflated. For 0-dimension, when a figure

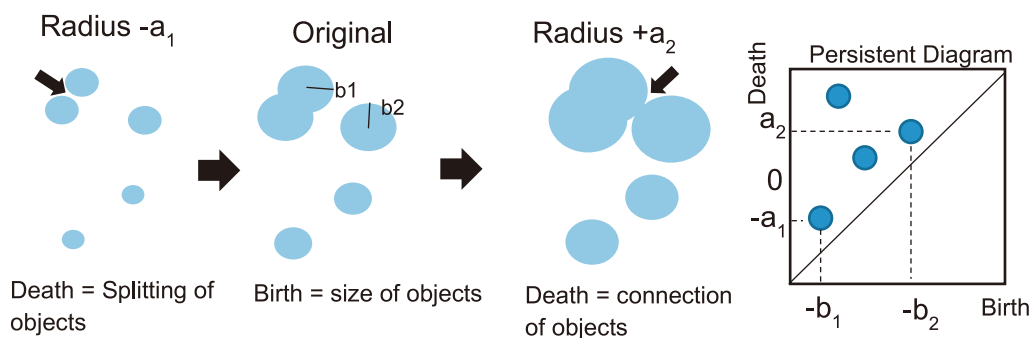


Fig. 1 Schematic images of persistent homology.

しい図形は元の図形を膨らましても新たに生成しない。そのため0次の場合は、図形を細らせたときに図形が消滅するタイミングが図形の生成タイミングと等価となるため「Birth」値は負になり、その絶対値は対象図形の大きさを反映した値となる。図形を次第に膨らませると、ある時点で図形が連結する。このタイミングが正の「Death」値となり、図形間の距離を表す。また、図形を細らせると連結部が途切れ、図形が分裂する。このタイミングが負の「Death」値となり、図形のネック太さを表す。これらのBirth値とDeath値のペアをプロットしてパーシステント図(Persistent Diagram : 以下 PD)を作成し、対象図形の特徴を記述できる。1次のホモロジーについて考えた場合も0次の場合と同様、図形を変化させたときの「リング」の生成と消滅タイミングを記述する。

パーシステントホモロジーの長所として、ノイズが入っても本質的な構造が崩れない安定性があり<sup>4)</sup>、機械学習や統計解析などの数値計算との相性も良いことが知られている<sup>5)</sup>。複雑な組織画像の解析においては、2値化画像での面積率による分類や他の機械学習を用いた画像解析手法と比較しても分類精度が高いことが報告されている<sup>6)</sup>。複雑な形状でも幾何学的特徴に基づいた記述子を生成することができ、各種の数値解析を行うことができるため、生物学、医療、材料科学など様々な分野での活用が進んでいる。

### 3 解析方法

供試試料としてマグクロレンがを用いた。マグクロレンがの組織に含まれる二次スピネルや気孔の分布状態はレンがの製造条件を反映しており、諸特性に大きく影響を及ぼす。解析用の試料として表1に示すように品質と組織の異なる4種類のマグクロレンがを用意した。光学顕微鏡にて各材質50視野程度の画像データを取得し、2次スピネルと気孔をそれぞれ2値化して分離し入力データとした。

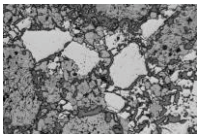
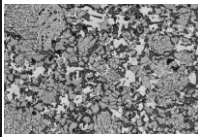
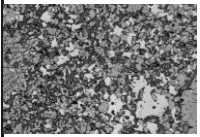
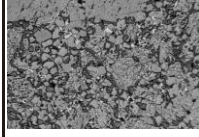
shrunk, the timing at which it disappears becomes equivalent to its generation timing, so the “Birth” value becomes negative, and its absolute value reflects the size of the figure. When a figure is gradually inflated, at a certain point, it connects with another figure. This timing becomes a positive “Death” value, representing the distance between them. When the figure shrunk, the connection breaks and it splits. This timing becomes a negative “Death” value, representing the thickness of the connection. By plotting these pairs of birth and death values, a persistent diagram (PD) can be generated. This diagram can describe the characterization of the figure. When considering 1-dimensional homology, similar to the 0-dimensional case, it describes the timing of the generation and disappearance of a “ring” when the figure is transformed.

The benefits of persistent homology is its stability, which preserves the essential structure even in the presence of noise<sup>4)</sup>. Moreover, its compatibility with numerical computations such as machine learning and statistical analysis is widely recognized<sup>5)</sup>. In the analysis of complex microstructure images, it has been reported that the classification accuracy is better compared to the other image analysis methods such as binary image area ratios or other machine learning techniques<sup>6)</sup>. It can generate descriptors based on geometric features even for complex figures, and can perform various numerical analysis, hence it is increasingly utilized in various fields such as biology, medicine, and materials science.

### 3 Analysis method

Magnesia chrome bricks served as test samples. The distribution of secondary spinels and pores within the structure of these bricks reflects the manufacturing conditions and significantly influences various properties. As shown in Table 1, 4 types of magnesia chrome bricks with distinct properties and structures were prepared for analysis. Roughly 50 field of view image data for each type of material were captured using an optical microscope, and the secondary spinels and pores in each image were binarized and separated to serve as input data.

**Table 1 Properties and typical microstructure of the test samples**

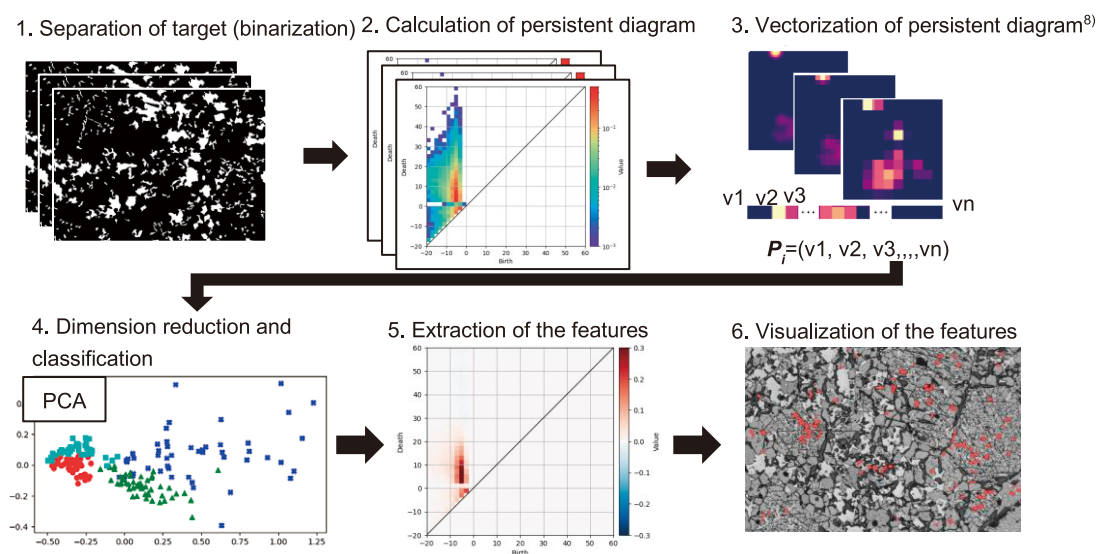
Sample name	DB	RB	SRB-1	SRB-2
Brick type	Direct-Bond	Rebond	Semi-rebond	Semi-rebond
Apparent porosity /%	14.7	12.6	14.9	11.9
Compressive strength /MPa	70.6	104.5	104.3	88.8
Elastic modulus /GPa	28.5	42.2	53.2	41.6
Permeability / $\times 10^{-13} \text{m}^2$	1.93	0.8	1.23	1.49
Microstructures				

PH解析の流れを図2に示す。解析ソフトにはhomcloud<sup>7)</sup>を用いた。各視野での2次スピネルと気孔の2値化データに対してPDを作成した。各々のPDをベクトル化<sup>8)</sup>した後、次元削減を行い特徴の抽出を試みた。他次元ベクトルの次元削減には主成分分析とUMAP (Uniform Manifold Approximation and Projection) を用いた。

主成分分析は、多次元データをより少ない次元に圧縮するための統計手法である。データの分散が最大となるように、新しい座標軸を作成する。こ

The procedure of PH analysis is illustrated in Fig. 2. Homcloud<sup>7)</sup> was used as the analysis software. A PD was generated from the binary data of the secondary spinel and pores present in each field of view. After vectorizing each PD<sup>8)</sup>, some attempts were made to reduce dimensions of vectors to extract features. Principal Component Analysis (PCA) and Uniform Manifold Approximation and Projection (UMAP) were utilized for dimension reduction of multi-dimensional vectors.

PCA is a statistical technique that compresses multi-dimensional data into fewer dimensions by generating new coordinate axes to maximize the



**Fig. 2 Flow of persistent homology analysis.**



れにより、他次元データの構造を簡潔に表現できる。UMAP は 2018 年に提案された次元削減アルゴリズムであり<sup>9)</sup>、非線形な高次元データなど、より複雑なデータの次元削減とクラスタリングに優れている。また、主成分分析と比較しても可視化精度が高い。今回は主成分分析との比較のため、UMAP も次元削減に採用した。

## 4 解析結果：組織の特徴抽出

### 4.1 2 次スピネルの特徴

図 3 に各材質の 2 次スピネルについて 0 次の「穴」、すなわち「連結部」に着目して解析した場合の平均 PD を示す。材質ごとに異なる特徴を持つ PD が作製された。図 4 は各視野の PD をベクトル化し、主成分分析を行った結果である。主成分分析では材質ごとにクラスタリングされていることが確認された。

variance of the data. This technique enables a concise representation of the structure of multi-dimensional data. UMAP, a dimension reduction algorithm proposed in 2018<sup>9)</sup>, is excellent at reducing dimensions and clustering more complex data, such as non-linear high-dimensional data. It also offers superior visualization accuracy compared to PCA. For this comparison with PCA, UMAP was also utilized for dimension reduction.

## 4 Analysis results: Extracting microstructure features

### 4.1 Secondary spinel characterization

Figure 3 shows the average PD calculated from the 0-dimensional "hole", namely "joints" of the secondary spinel of each material. Each material had a distinct PD. Figure 4 is the result of principal component analysis computed from vectorized PDs of each field of view. The PCA confirmed that plots of each material clustered well.

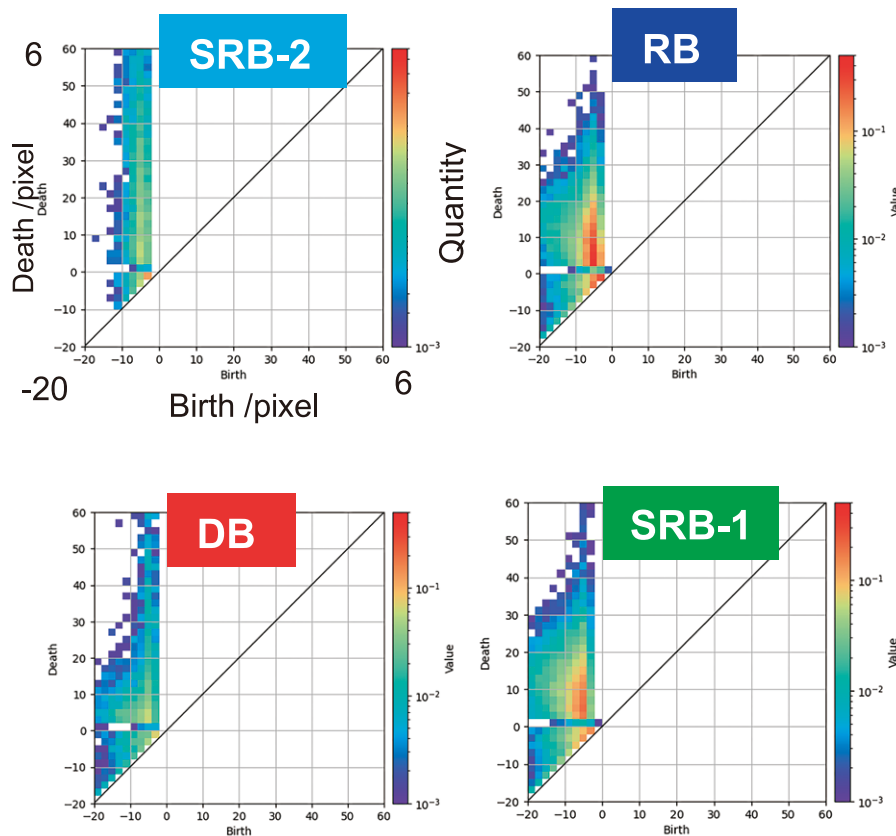


Fig. 3 Persistent diagrams of specimens.

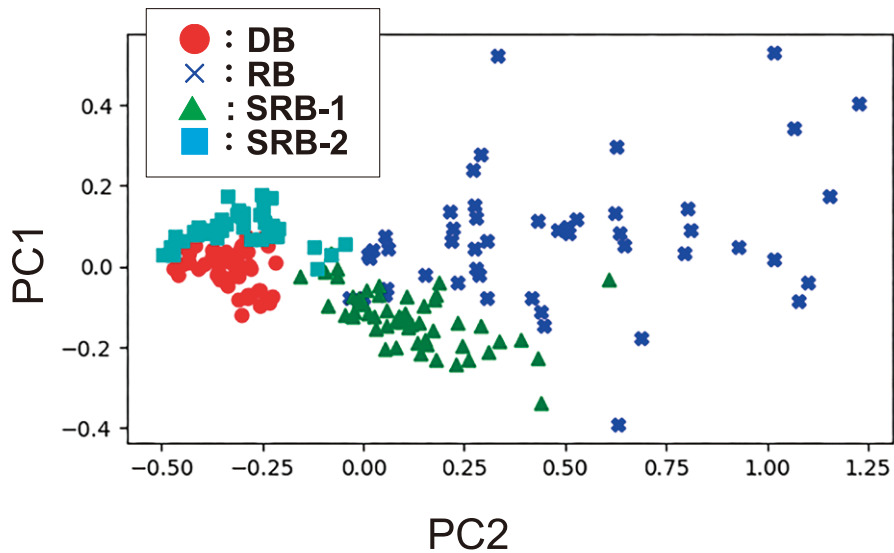


Fig. 4 Results of principal components analysis for the vectorized persistent diagrams of secondary spinel.

次に第1主成分、第2主成分から各材質の特徴を抽出した。図5には第1主成分の特徴を抽出した結果を示す。第1主成分の正方向のプロット点はPDにおいて赤色部分の特徴が強いことを示す。

Next, the first and second principal components extracted the features of each material. Figure 5 depicts the result of the extracted features of the first principal component. The plot points in its positive direction show that the red part of the PD has strong

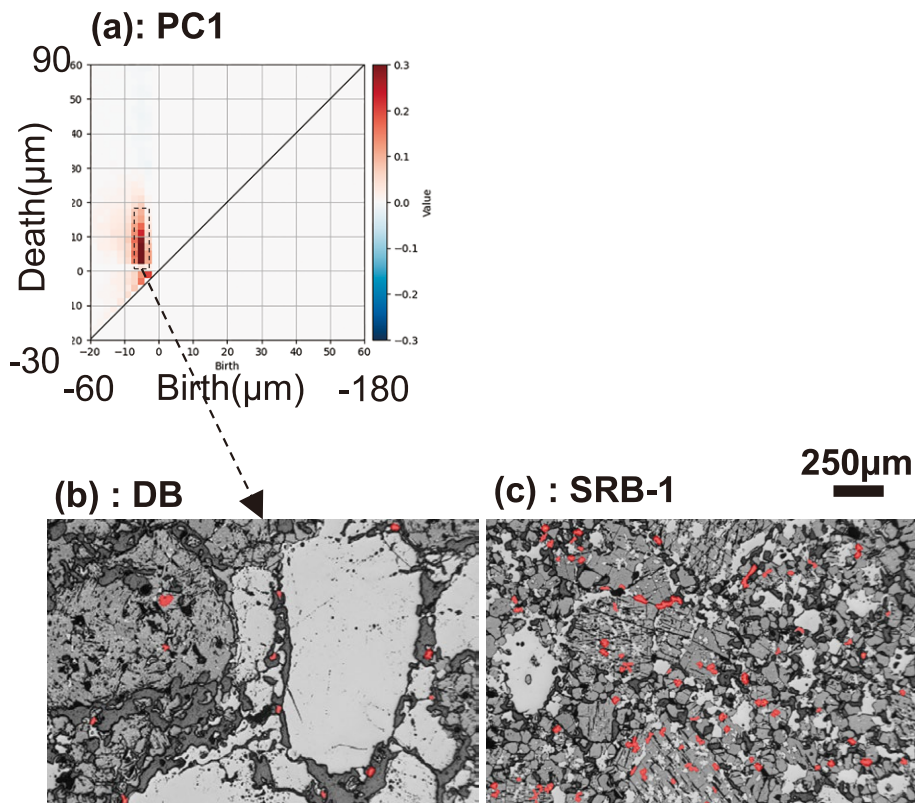


Fig. 5 (a)Extracted features of PC1, the visualized features of (b)DB and (c) SRB-1.

負方向のプロット点ではその特徴が少ないことを示している。また、対角線に近い部分はノイズを反映していることが多いため、解析からは除外した。第1主成分の特徴を示すPDはDeath値が3  $\mu\text{m}$ -24  $\mu\text{m}$ の正の値を取っており、Birth値は12  $\mu\text{m}$ -18  $\mu\text{m}$ であった。このことから、第1主成分は隣接距離が3  $\mu\text{m}$ -24  $\mu\text{m}$ であり、最大厚みが12  $\mu\text{m}$ -18  $\mu\text{m}$ の2次スピネルの存在量を示唆していた。すなわち、第1主成分の正方向にプロットされているRB、SRB-1はその特徴を満たす2次スピネル量が多いことを表している。図6は第2主成分について特徴を抽出した結果を示す。PDの赤色部分は第2主成分の正方向に、青色部分は負方向に対応している。第2主成分のPDでもDeath値が3  $\mu\text{m}$ -24  $\mu\text{m}$ の正の値を取っていた。Birth値を見てみると、赤色の部分では6  $\mu\text{m}$ -12  $\mu\text{m}$ 、青色の部分では18  $\mu\text{m}$ -30  $\mu\text{m}$ であり、2次スピネルの最大厚みによって分類されていた。これはDB、SRB-1では最大厚みが18  $\mu\text{m}$ -30  $\mu\text{m}$ の2次スピネル割合が多く、SRB-2、RBは6  $\mu\text{m}$ -12  $\mu\text{m}$ の

characteristics. The plot points in its negative direction show that these features are weaker. Since the plots near the diagonal line represent noise, they were excluded from the analysis. The PD with the features of the first principal component mainly has a positive death value of 3  $\mu\text{m}$ -24  $\mu\text{m}$ , and a birth value of 12  $\mu\text{m}$ -18  $\mu\text{m}$ . Thus, the first principal component suggests the existence of secondary spinel with an adjacent distance of 3  $\mu\text{m}$ -24  $\mu\text{m}$  and a maximum thickness of 12  $\mu\text{m}$ -18  $\mu\text{m}$ . In other words, RB and SRB-1 plotted in its positive direction have a large amount of secondary spinel with these features. Figure 6 shows the result of the extracted features of the second principal component. The red part of the PD corresponds to its positive direction, and the blue part to its negative direction. The death value of the PD from the second principal component also had a positive value of 3  $\mu\text{m}$ -24  $\mu\text{m}$ . Regarding the birth value, the red part was 6  $\mu\text{m}$ -12  $\mu\text{m}$  and the blue part was 18  $\mu\text{m}$ -30  $\mu\text{m}$ . Based on the second principal component, plots were classified by the maximum thickness of the secondary spinel. This implies that DB and SRB-1 have a high proportion of secondary spinel with maximum thickness of 18  $\mu\text{m}$ -30  $\mu\text{m}$ , and SRB-2 and RB have a high proportion of secondary spinel with maximum thickness of 6  $\mu\text{m}$ -

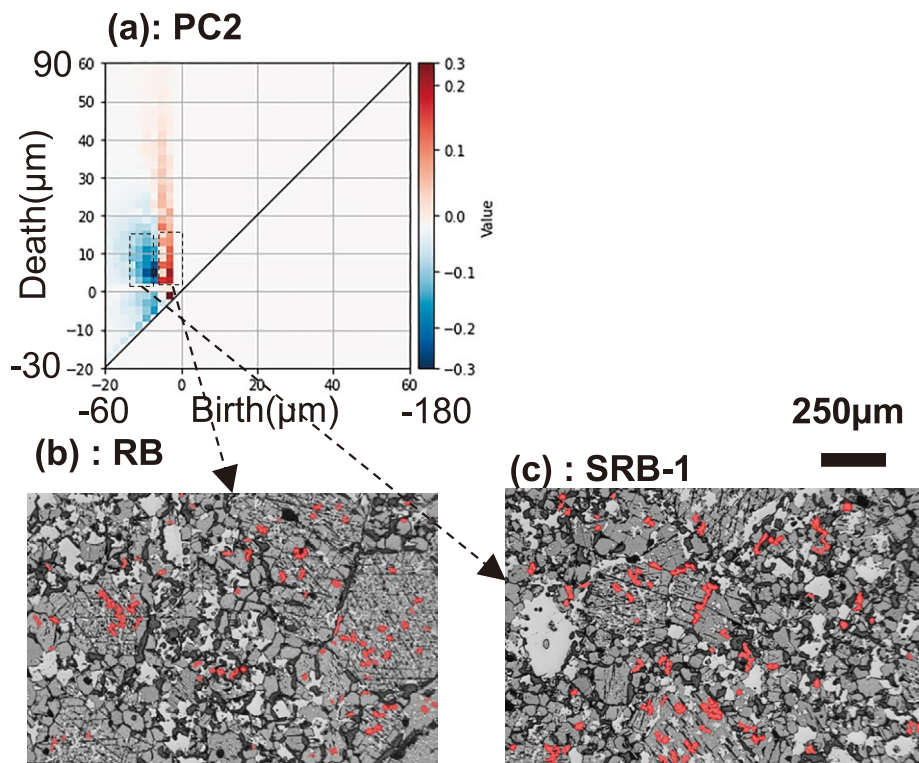


Fig. 6 (a)Extracted features of PC2, the visualized features of (b)RB and (c) SRB-1.

最大厚みの2次スピネル割合が多いことを示唆している。第1主成分と第2主成分ともに Death 値は同じ正の範囲に分布していたため、2次スピネル間の距離やネック太さは分類要素には入らず、材質の分類は主に Birth 値、すなわち2次スピネルの最大厚みによって分類されていることが分かった。また今回の解析では、DBに特徴的な大きい2次スピネルは組織的特徴として抽出されなかった。これはサイズが大きい分、小さな構造よりも相対的に存在個数が少なくなり、特徴量として表れにくかったためだと考えられる。

#### 4.2 気孔の特徴

図7はそれぞれの気孔について2次スピネルの場合と同様に0次のPH解析を行い、主成分分析を行った結果を示す。各材質は主に第1主成分によって分類されていた。2次スピネルの場合と同様に特徴を可視化したところ、最大厚みが25  $\mu\text{m}$ -50  $\mu\text{m}$ 、ネック太さが10  $\mu\text{m}$ -25  $\mu\text{m}$ の気孔量を反映していた。図8に示すように、これらの特徴を満たす気孔の量は第1主成分の負方向に分布する材質で増加していた。一方、気孔を対象に主成分分析を用いて次元削減を行った場合、各材質のプロットは2次スピネルの場合に比べて重なる部分

12  $\mu\text{m}$ 。Since both principal components had the same positive range of death values, neither the distance between secondary spinels nor the neck thickness were classification elements, and it was found that the birth value, namely the maximum thickness of the secondary spinel, mainly classified materials. In this analysis, large secondary spinel observed in DB was not extracted. Because larger size structures result in smaller percentage of existence, it may be harder to be extracted as a feature.

#### 4.2 Pore characterization

Using the same method as for the secondary spinel, 0-dimensional PH analysis and PCA on pores were conducted. Figure 7 displays the results. The first principal component classified each material. Visualizing the characteristics similar to those of the secondary spinel, this component reflected the pore volume with maximum thickness of 25  $\mu\text{m}$ -50  $\mu\text{m}$  and neck thickness of 10  $\mu\text{m}$ -25  $\mu\text{m}$ . As Fig. 8 indicates, the specimens distributed in its negative direction had more pores that met these features. On the other hand, when PCA reduced dimensions on the pores, the plots of each material overlapped more than those of the secondary spinel, resulting in low classification accuracy. To resolve this problem,

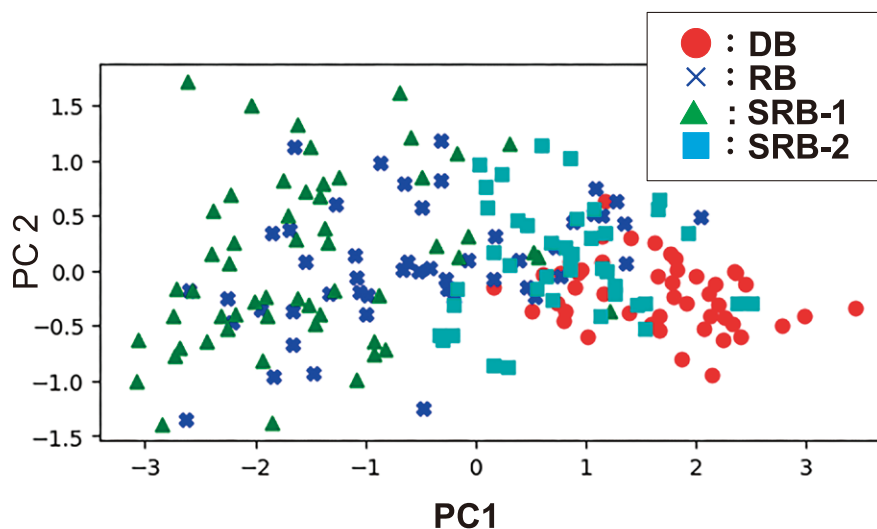
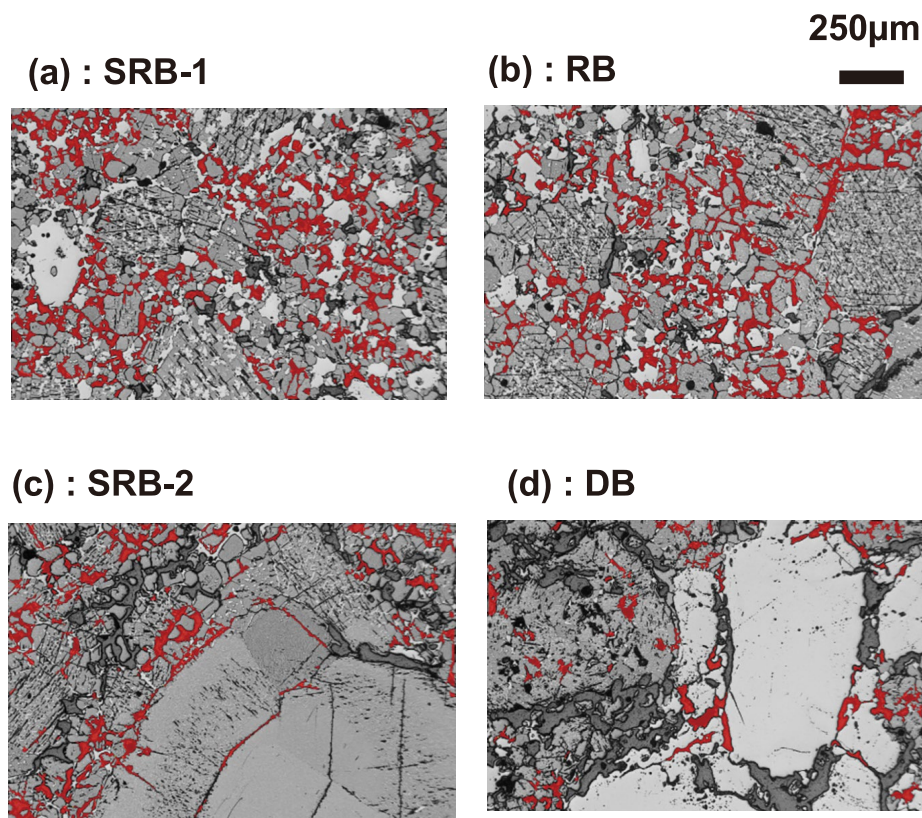


Fig. 7 Results of principal components analysis for the vectorized persistent diagrams of pore structure.





**Fig. 8 The pore characterization of (a)SRB-1, (b)RB, (c)SRB-2 and (d)DB visualized from PC1.**

が多く、分類精度が低い。この問題を解決するために、気孔の解析ではUMAPを用いた分類も試みた。

図9にUMAPを用いた次元削減により各材質を分類した結果を示す。主成分分析の場合と比べて各材質のプロットの重なりが解消された。また、オレンジ色の×印で表すように、UMAP空間に逆解析を行う位置を示すグリッド点を作成した。また、破線で囲われている領域は各々の材質がプロットされている領域である。それぞれの領域のグリッド点の平均的なPDを逆解析によって生成し、各材質の気孔形態の特徴を可視化した。図10は各材質の気孔形態の特徴を可視化したものである。DBは最大厚み40 µm-75 µm、ネック太さ3 µm-12 µmの比較的大きなサイズの気孔が特徴であり、SRB-2は最大厚み30 µm-45 µm、ネック太さ3 µm-12 µmの厚みが薄い気孔が特徴として抽出された。また、DBとSRB-2で特徴的な気孔は粗

classification using UMAP was also attempted in the analysis of pores.

Figure 9 presents the results of classification of each material with dimension reduction with UMAP. Compared to PCA, this method resolved the overlap of each material's plot. As the orange cross marks show, grid points were generated to indicate the position for inverse analysis in the UMAP space. Moreover, the regions where each material is plotted are enclosed by the dashed lines. Inverse analysis generated the average PD of the grid points in each region, thereby visualizing the features of the pores of each material. Figure 10 depicts these features. DB had relatively large pores with a maximum thickness of 40 µm-75 µm and a neck thickness of 3 µm-12 µm, while SRB-2 had thinner pores with a maximum thickness of 30 µm-45 µm and a neck thickness of 3 µm-12 µm. The characterized pores in DB and SRB-2 were mainly distributed around coarse grains. RB had pores with maximum thickness of 30 µm-40 µm and neck thickness of 3 µm-12 µm, while SRB-1 had pores with maximum thickness of 30 µm-35 µm and neck thickness of 3 µm-12 µm. The pores extracted in

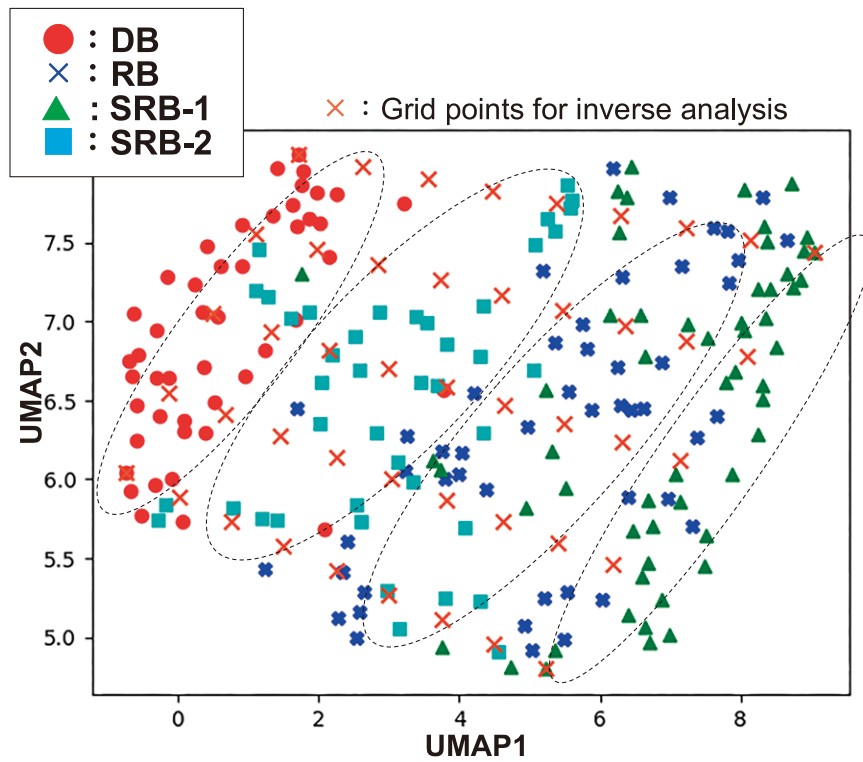


Fig. 9 Results of UMAP analysis on the vectorized persistent diagrams of pore structure. The dots marked with an orange cross indicate the grid points for inverse analysis. The dashed lines are the areas where each specimen is plotted, and the inverse analysis was performed from the grid points in those areas.

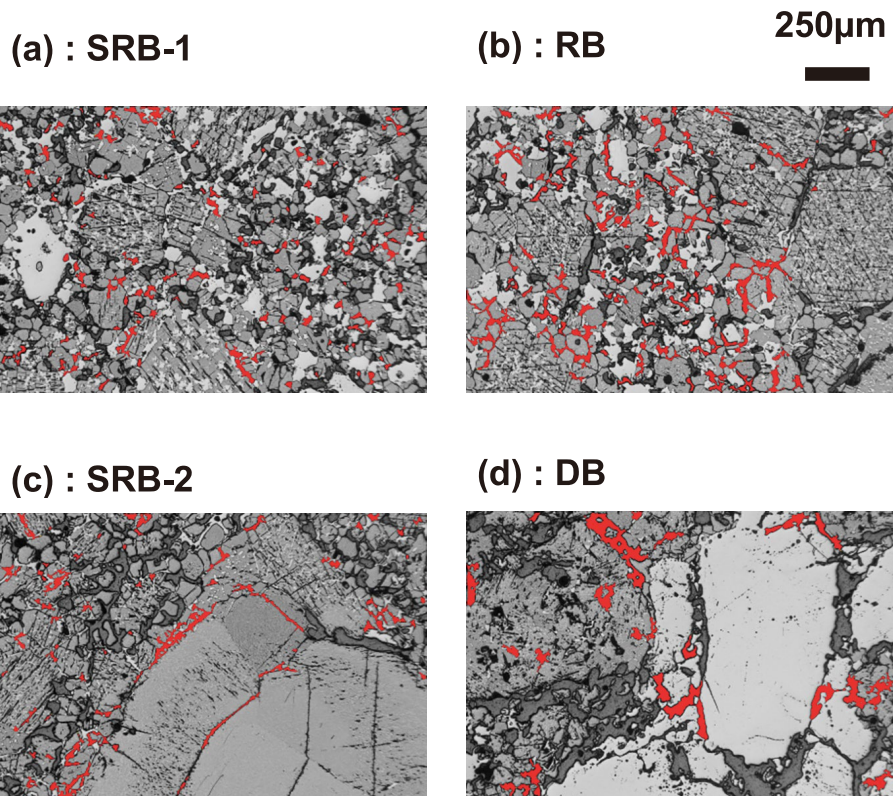


Fig. 10 The pore characterization of (a)DB, (b)RB, (c)SRB-2 and (d)SRB-1 visualized from UMAP.

粒の周囲に分布していることが多かった。RBでは最大厚み 30  $\mu\text{m}$ -40  $\mu\text{m}$ , ネット太さ 3  $\mu\text{m}$ -12  $\mu\text{m}$  の気孔が, SRB-1では最大厚み 30  $\mu\text{m}$ -35  $\mu\text{m}$ , ネット太さ 3  $\mu\text{m}$ -12  $\mu\text{m}$  の気孔が抽出された。RB, SRB-1で抽出された気孔は主にマトリクス中に分布していた。

### 5 考察：組織の特徴と物性値の結び付け

最後に抽出された組織の特徴と物性値との関連付けを試みた。図 4 の 2 次スピネルの主成分分析のプロットと類似した位置関係になる物性値の組み合わせを探した結果, 図 11 で示すように圧縮強度と見掛け気孔率が比較的近い位置関係であった。圧縮強度は第 1 主成分, すなわち最大厚みが 12  $\mu\text{m}$ -18  $\mu\text{m}$  の 2 次スピネルの量と対応している。これらの 2 次スピネル量が増加することで粒子間の結合部分が増え, 強度が上昇したことを示唆している。見掛け気孔率は第 2 主成分と対応しており, 最大厚み 6  $\mu\text{m}$ -12  $\mu\text{m}$  の 2 次スピネルの割合が多い材質は見掛け気孔率が低く, 最大厚み 18  $\mu\text{m}$ -30  $\mu\text{m}$  の 2 次スピネルの割合が多い材質は見掛け気孔率が高い。このことから, 厚みの大きい 2 次スピネルの割合が高い材質は焼成時のスピネル膨張による空隙の増加で見掛け気孔率が上昇したことを示唆している。

RB and SRB-1 were mainly distributed in the matrices.

### 5 Discussion: Correlation between microstructure features and physical properties

The extracted features of microstructures were associated with the physical properties. A combination of physical properties with a similar positional relationship to the PCA plot of the secondary spinel in Fig. 4 was searched. As shown in Fig. 11, the compressive strength and the apparent porosity had a relatively close positional relationship. The compressive strength corresponded to the first principal component, namely, the amount of secondary spinel with a maximum thickness of 12  $\mu\text{m}$ -18  $\mu\text{m}$ . This implied that more bonding parts between particles increased the strength of secondary spinels. The apparent porosity corresponded to the second principal component, and samples with high proportion of secondary spinels with maximum thickness of 6  $\mu\text{m}$ -12  $\mu\text{m}$  had low apparent porosity, while those with high proportion of secondary spinels with maximum thickness of 18  $\mu\text{m}$ -30  $\mu\text{m}$  had high apparent porosity. This implied that materials with more thick secondary spinels had higher apparent porosity due to more pores from spinel expansion during burning process.

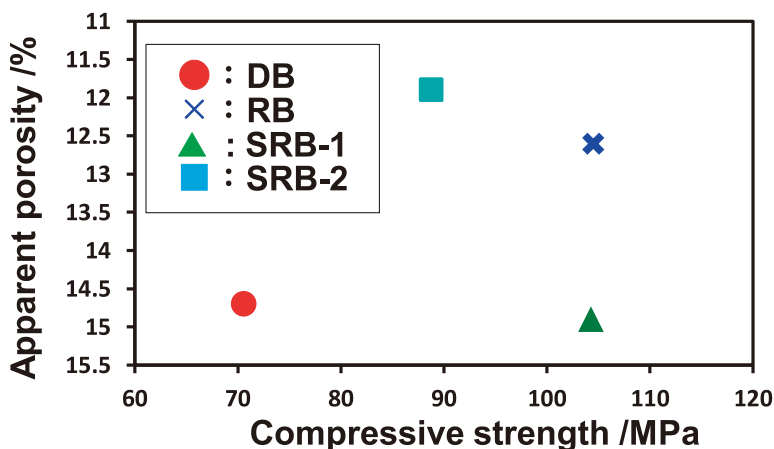
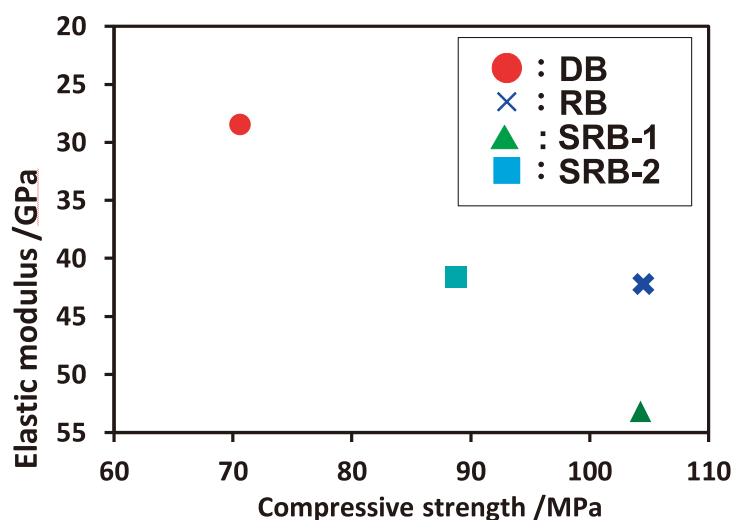


Fig. 11 Pairs of physical properties (apparent porosity and compressive strength) in close relationships to plots of principal component analysis on secondary spinel.





**Fig. 12 Pairs of physical properties (elastic modulus and compressive strength) in close relationships to plots of UMAP analysis on pore structure shown in Fig.10.**

また、気孔の特徴と物性値との結び付けも試みた。図7のUMAPのプロットと類似する物性値の組み合わせを探したところ、図12で示すように圧縮強度と音速弾性率が比較的近い位置関係であった。また、図12下部にはUMAPで抽出された、それぞれの材質の代表的な気孔構造の特徴を示している。弾性率・圧縮強度の低いDBでは粗粒周りのサイズの大きい気孔が特徴として抽出されている。また、各材質に特徴的な気孔の分布が粗粒周囲からマトリクスに移ることで圧縮強度と弾性率が上昇する傾向にあった。これはレンガの圧縮強度と弾性率は、粗粒周囲の気孔の有無に影響されることを示唆している。粗粒周囲の気孔が少ないほどマトリクスと骨材の結合が強くなり、圧縮強度や弾性率が上昇したと考えられる。一方で今回の解析では見掛け気孔率や通気率など、気孔の特徴を反映すると考えられる物性値との相関は確認されなかった。引き続き、組織の特徴と物性値との関係性は詳細に検討していく必要がある。

## 6 まとめ

耐火物の複雑な組織を解析するために、パーシステントホモロジーを用いてマグクロ組織の特徴抽

Additionally, the features of the pores were associated with the physical properties. A combination of physical properties similar to the UMAP plot in Fig. 7 was searched. The result is shown in Fig. 12. The compressive strength and the elastic modulus had relatively close positional relationship. DB, which had low modulus of elasticity and compressive strength, had large pores around coarse grains as its features. Moreover, as the distribution of characterized pores of each material change from around the coarse grains to the matrix, compressive strength and modulus of elasticity increased. This implied that pores around the coarse grains influenced the compressive strength and modulus of elasticity of bricks. Fewer pores around the coarse grains would strengthen the bond between the matrices and the grains, and increased the compressive strength and elastic modulus. However, this analysis found no correlation with apparent porosity and permeability that must reflect the characteristics of the pores. Further examination of the relationship between the characteristics of the microstructure and the physical properties are required.

## 6. Summary

Persistent homology was utilized to extract the features of magnesia-chrome bricks' microstructure for analyzing the complex microstructure of



出を試みた。パーシステント図の作成とベクトル化によって組織の定量化が可能になり、各種次元削減を用いて材質分類や特徴抽出も可能となった。抽出された組織の特徴と物性値との結び付けも大まかには可能であるが、より詳細な解析を行うためにはデータ数を増やす必要がある。また、DB質れんがで見られる、サイズの大きい2次スピネルなどは存在個数が少ないため、特徴として抽出されなかった。今後、解析パラメータの工夫やその他の解析手法と組み合わせることで、より詳細な組織の定量化が可能になると期待できる。いずれにせよ、人間が気づかない微細構造の特徴について示唆を与えてくれる点でパーシステントホモロジーは有用な解析手法だと考えられる。

## 文 献

- 1) 赤木和人：ふえらむ, **26** No.3 (2002) 126-133.
- 2) H.Edelsbrunner, D.Letscher and A.Zomorodian: Discrete & Computational Geometry **28** (2002), 511-533.
- 3) A.Zomorodian and G.Carlsson: Discrete & Computational Geometry **33** (2005), 249-274.
- 4) D.Cohen-Steiner, H.Edelsbrunner and J. Harer: Discrete & Computational Geometry **37** (2007), 103-120.
- 5) 池 祐一：数理科学, **61** No.6 (2023) 37-43
- 6) I.Obayashi, Y.Hiraoka and M.Kimura: Journal of Applied and Computational Topology **1** (2018), 421-449.
- 7) I.Obayashi, T.Nakamura and Y.Hiraoka: Journal of the Physical Society of Japan **91** 091013 (2022).
- 8) H.Adams, T.Emerson, M.Kirby, R.Neville, C.Peterson and P.Shipman: Journal of Machine Learning Research **18** (2017) 1-35
- 9) L.McInnes and J.Healy: ArXiv (2018).

refractories. Generating persistent diagrams and vectorizing enabled the quantification of the microstructure. Furthermore, various dimension reductions enabled material classification and feature extraction. The extracted features of the microstructure could be roughly linked with physical properties, but more data were required for more detailed analysis. Large size of secondary spinels, such as those in DB, were not extracted as features because of its smaller percentage of existence. Optimizing analysis parameters and combining PH with other analysis methods will enable more detailed quantification of microstructures in the future. Persistent homology is a useful analysis method as it provides insights into the features of microstructures that humans would not notice.

## References

- 1) K.Aakagi: Bulletin of the Iron and Steel Institute of Japan **26** No.3 (2002) 126-133.
- 2) H.Edelsbrunner, D.Letscher and A.Zomorodian: Discrete & Computational Geometry **28** (2002), 511-533.
- 3) A.Zomorodian and G.Carlsson: Discrete & Computational Geometry **33** (2005), 249-274.
- 4) D.Cohen-Steiner, H.Edelsbrunner and J.Harer: Discrete & Computational Geometry **37** (2007), 103-120.
- 5) Y.Ike: Mathematical Sciences, **61** No.6 (2023) 37-43
- 6) I.Obayashi, Y.Hiraoka and M.Kimura: Journal of Applied and Computational Topology **1** (2018), 421-449.
- 7) I.Obayashi, T.Nakamura and Y.Hiraoka: Journal of the Physical Society of Japan **91** 091013 (2022).
- 8) H.Adams, T.Emerson, M.Kirby, R.Neville, C. Peterson and P.Shipman: Journal of Machine Learning Research **18** (2017) 1-35
- 9) L.McInnes and J.Healy: ArXiv (2018).